Intégrales à Paramètres

$A \subset \mathbb{R}$, I intervalle, $f : A \times I \to \mathbb{C}$

→ Continuité (mq c : CVD)

① $\forall x \in A : t \mapsto f(x,t)$ CPM

$\forall t \in I$ $x \mapsto f(x,t)$ continue

② $x_0 \in A$, $\exists U \in \mathcal{V}(x_0)$ $\exists \varphi \in L^1(I)$ $\forall x \in U$

$\forall t \in I$ $|f(x,t)| \leqslant \varphi(t)$

Alors $\boxed{F : x \longmapsto \int_I f(x,t)\,dt \text{ est déf en } U \text{ et } \mathcal{C}^0 \text{ en } x_0}$

→ Dérivabilité ($t \mapsto f(x,t)$ CPM) (CVD, tst d'acca, TAF)

① $\forall t \in I$ $x \mapsto f(x,t)$ possède une DP $\frac{\partial f}{\partial x}(x,t)$ $\mathcal{C}^0$ en x

et $t \mapsto \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)$ CPM

② $\forall a \in A$ $\exists V \in \mathcal{V}(a)$ $\exists \varphi \in L^1(I)$ $\forall (x,t) \in U \times I$:

$\left|\frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\right| \leqslant \varphi(t)$

Alors $\boxed{F : x \longmapsto \int_I f(x,t)\,dt \text{ est } \mathcal{C}^0 \text{ déri}\text{vable sur } U \text{ donc en } a \text{ et } F'(x) = \int_I \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\,dt}$